

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الكهرباء (2)

كلية الهندسة المدنية – السنة الأولى

د. صبا عياش

# قواعد عامة في توجيه القوى و الإشارات

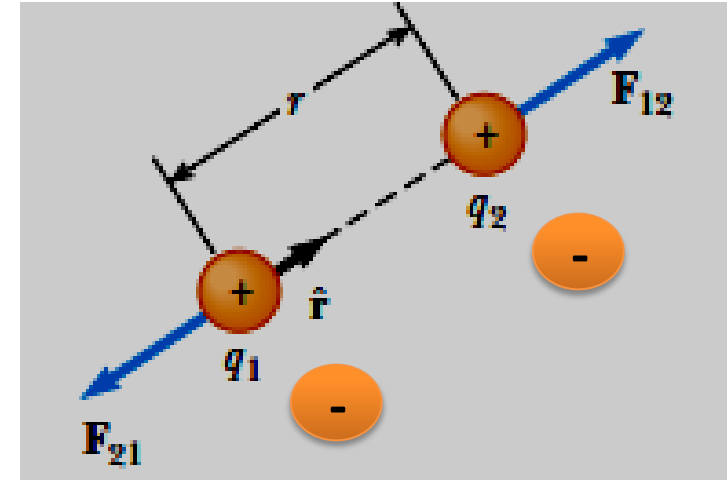
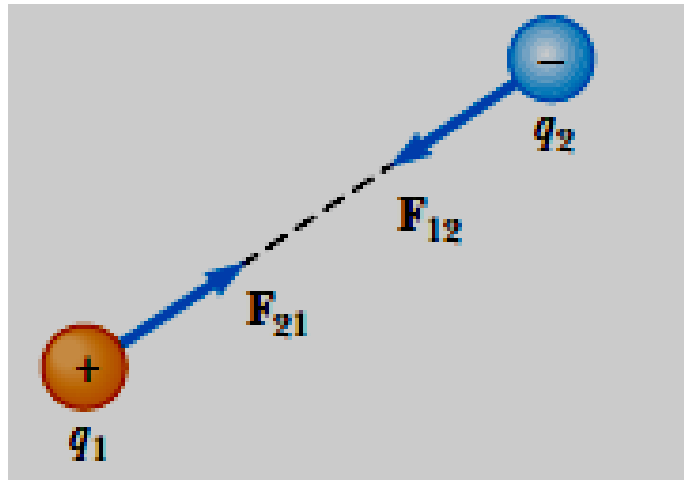
1- يرمز للقوة التي **تؤثر** بها الشحنة  $q_1$  على الشحنة  $q_2$  بالرمز  $F_{12}$  و تكون نقطة تأثيرها عند الشحنة  $q_2$

2- يرمز للقوة التي تؤثر بها الشحنة  $q_2$  على الشحنة  $q_1$  بالرمز  $F_{21}$  و تكون نقطة تأثيرها عند الشحنة  $q_1$

$$F_{12}=F_{21}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad -4$$

3- تكون القوتان  $F_{12}=F_{21}$

5- تكون جهة القوة للخارج (تنافر) إذا كانت الشحنتان متماثلتين  $(+,+)$ ،  $(-,-)$  أو قوى تجاذب إذا كانت الشحنتان مختلفتين  $(+,-)$ .



# الحقل الكهربائي

الحقل الكهربائي : هو حيز من الفراغ إذا وضعت فيه شحنة نقطية  $q$  تخضع لقوة دفع أو جذب ، و ينشأ الحقل عن شحنة نقطية  $q$  (مولدة لهذا الحقل)

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q'}{r^2}}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

واحدة الحقل الكهربائي

واحدة الحقل :  
N/coul

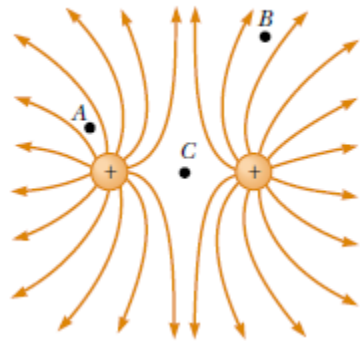
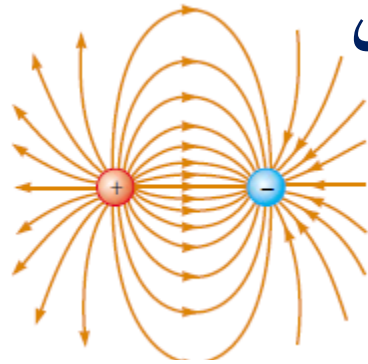
$$[E] = \frac{[F]}{[q']}$$

# جهة الحقل الكهربائي

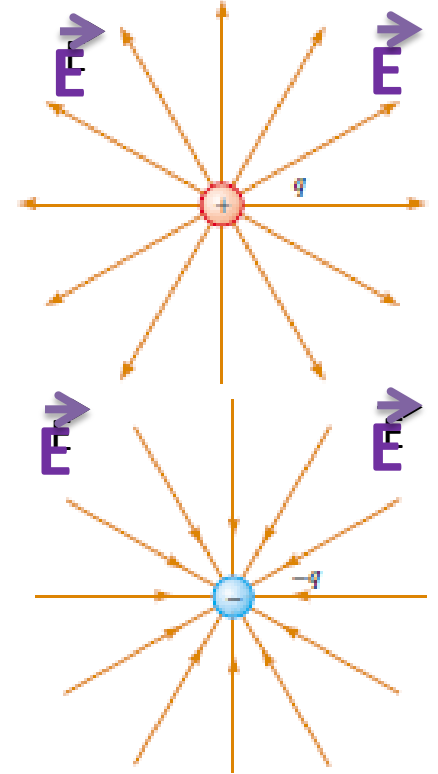
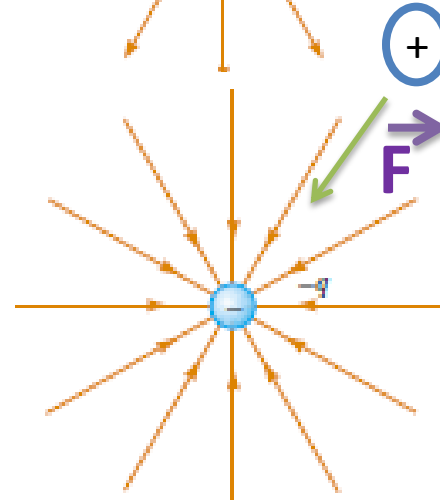
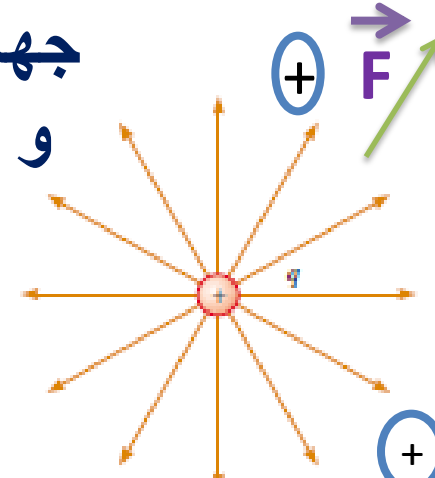
تحدد جهة الحقل الكهربائي بوضع واحدة الشحنة الموجبة  $q' = +1$  في حقل الشحنة  $q$  وهنا نميز حالتين:

➤ الشحنة  $q$  موجبة  $\leftarrow$  الحقل ينتشر من الشحنة إلى الخارج  
➤ الشحنة  $q$  سالبة  $\leftarrow$  الحقل ينتشر من الخارج باتجاه الشحنة

خطوط الحقل  
الكهربائي  
لشحنتين  
كهربائيتين



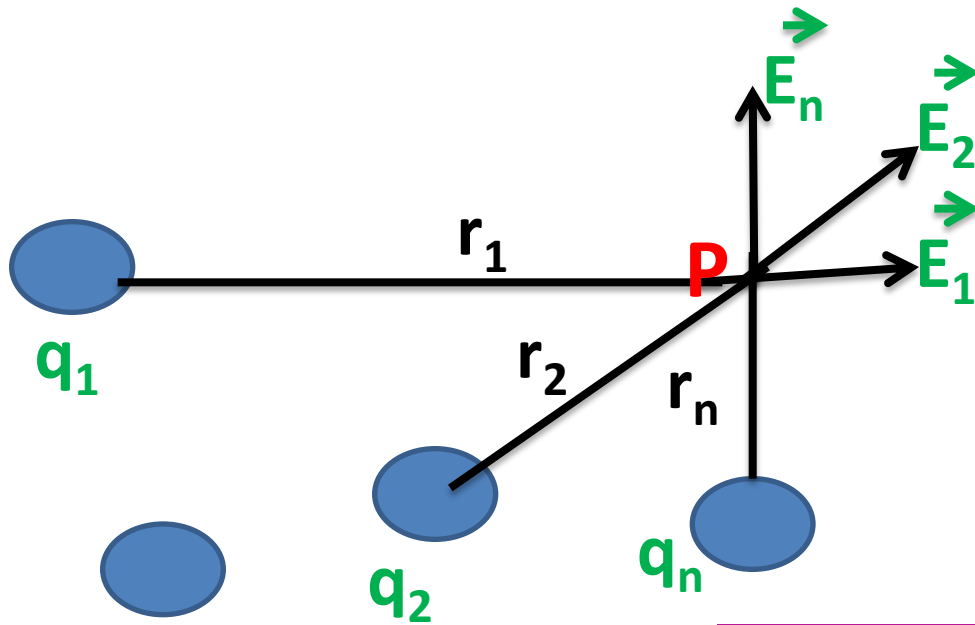
جهة القوة  
و الحقل



## الحقل الكهربائي الناشئ عن عدة شحنات نقطية منفصلة

ليكن لدينا عدة شحنات نقطية منفصلة عن بعضها البعض  $q_1, q_2, \dots$   
 $q_n$  تبعد عن النقطة P أبعاد  $r_1, r_2, \dots, r_n$

يعطى الحقل الكلي E الناتج عن  
الشحنات بالعلاقة:  
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$



$$E = K \frac{q_1}{r_1^2} \vec{e}_{r_1} + K \frac{q_2}{r_2^2} \vec{e}_{r_2} + \dots + K \frac{q_n}{r_n^2} \vec{e}_{r_n}$$

# الكثافة الخطية و الكثافة السطحية و الكثافة الحجمية

إذا كانت الشحنات الكهربائية كبيرة بالنسبة للمسافة فلا بد من إدخال مفهوم الكثافة الخطية أو السطحية أو الحجمية خلال دراسة قانون كولون.

الكثافة الخطية : قيمة الشحنة المتوزعة في واحدة الطول من الجسم المشحون

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

الكثافة السطحية : قيمة الشحنة المتوزعة في واحدة السطح من الجسم المشحون

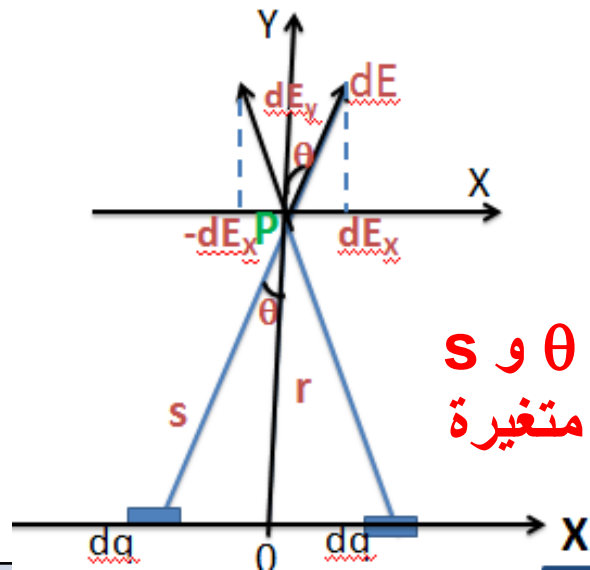
$$\sigma = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds}$$

الكثافة الحجمية : قيمة الشحنة المتوزعة في واحدة الحجم من الجسم المشحون

$$\tau = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

يحسب الحقل العنصري الناتج عن الشحنات العنصرية الموزعة على الطول العنصري و السطح العنصري و الحجم العنصري ثم تتم المكاملة وفق علاقات الكثافة الخطية أو الخطية أو الحجمية حسب الحالة المدروسة (سلك ، قرص...).

الحقل الكهربائي الناشئ عن سلك مستقيم مشحون بكثافة خطية  $\lambda$



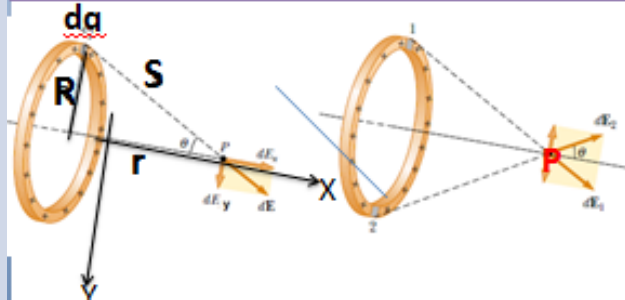
$\theta$  و  $s$  متغيرة

السلك متناظر حول المحور  $oy$  ← محصلة مساقط الحقل على المحور  $X$  معدومة  $dEx=0$

يحسب الحقل الكهربائي الناشئ عن السلك عند نقطة  $P$  تبعد مسافة عمودية  $r$  ثابتة عن السلك  $\lambda$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

الحقل الكهربائي الناشئ عن حلقة دائرية مشحونة بشحنة  $Q$



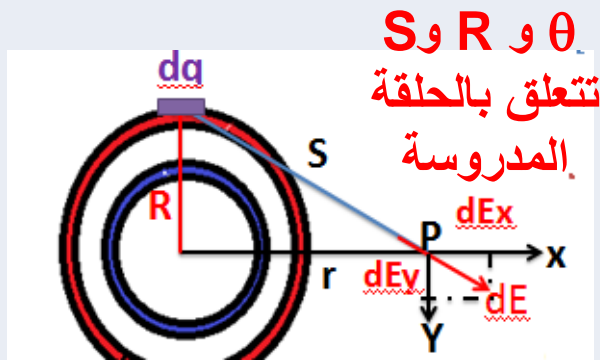
$dq$  متغيرة  $S, r$  ثوابت

حلقة متناظر حول المحور  $ox$  ← محصلة مساقط الحقل على المحور  $Y$  معدومة  $dEy=0$

يحسب الحقل الكهربائي عند نقطة  $P$  تبعد عن المركز مسافة  $r$  ثابتة

$$E = \frac{Q \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 s^2}$$

الحقل الكهربائي الناشئ عن صفيحة مشحونة بكثافة سطحية  $\sigma$



$\theta$  و  $R$  و  $S$  تتعلق بالحلقة المدروسة

نجزىء الصفيحة لحلقات كل حلقة تحمل شحنة عنصرية  $dq$

الحقل الكهربائي عند النقطة  $P$  تبعد عن المركز بعد ثابت  $r$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad dS = (\pi(R + dR)^2 - \pi R^2)$$

## الكمون الكهربائي $V$

يعطى كمون النقطة التي تبعد مسافة  $r$  عن السحنة  $q$  بالعلاقة

$$V = K \frac{q}{r}$$

واحدة الكمون الفولط (V) kV mV  $\mu$ V

الكمون الكهربائي مقدار  
سلمي بعكس الحقل  
الكهربائي

الكمون الكهربائي لمجموعة شحنات  $q_1, q_2, \dots, q_n$  في نقطة تبعد عنهم مسافات  $r_1, r_2, \dots, r_n$  = المجموع الجبري للكمونات الناتجة عن الشحنات في هذه النقطة

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = K \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{r_i}$$



## فرق الكمون بين نقطتين

يعطى الكمون الكهربائي لنقطتين A و B تبعدان عن الشحنة Q المسافتين  $r_a$   $r_b$  على الترتيب بالعلاقتين :

$$V_B = K \frac{Q}{r_b} \quad V_A = K \frac{Q}{r_a}$$

فرق الكمون بين النقطتين A و B:

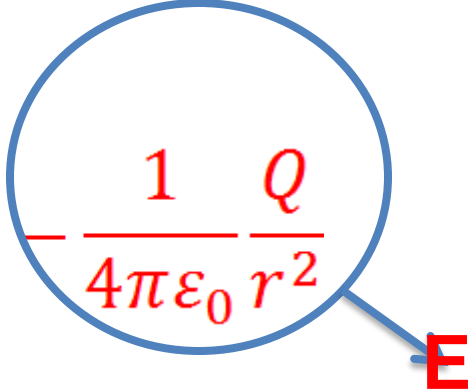
$$V_A - V_B = K \frac{Q}{r_a} - K \frac{Q}{r_b}$$

# العلاقة بين الحقل و الكمون

يعطى الكمون الكهربائي  $V$  الناتج عن الشحنة  $Q$  بالعلاقة:

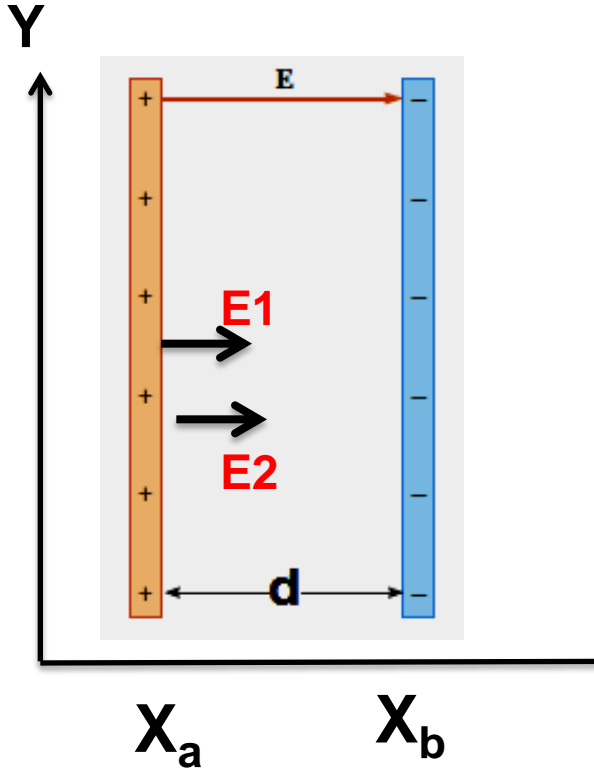
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

نشتق علاقة الكمون بالنسبة لـ  $r$

$$\frac{dV}{dr} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$


$$V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \leftarrow \quad E = - \frac{dV}{dr}$$

## حساب الحقل الكهربائي بين صفيحتين مشحونتين بشحنتين مختلفتين تبعدان عن بعضهما مسافة $d$



يتولد حقل كهربائي بين الصفيحتين جهته من الشحنة الموجبة إلى الشحنة السالبة

$$V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot \vec{ds} \quad \text{الموضع (أو } ds \text{) العنصري}$$

$$= \int E \cdot ds \cos \theta$$

$$= E \int_{x_a}^{x_b} ds = E(x_b - x_a)$$

الحقل الكهربائي داخل صفيحتين مشحونتين بشحنتين مختلفتين يعطى بالعلاقة :

$$\leftarrow V_1 - V_2 = E \cdot d$$

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

$$\leftarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

# الطاقة الكامنة الكهربائية

إذا وضعت الشحنة  $q$  في حقل الشحنة  $Q$  فإنها تتأثر بالحقل الكهربائي المتولد عن الشحنة  $Q$  بقوة  $F$  تؤدي لتغير موضع الشحنة  $q$  من الوضع  $P_1$  إلى الوضع  $P_2$  مما ينتج طاقة كامنة كهربائية تعطى بالعلاقة:

$$E_P(W_{el}) = K \frac{qQ}{r}$$

## العلاقة بين الطاقة الكامنة الكهربائية والكمون الكهربائي

يعطى الكمون الناتج عن الشحنة  $Q$  عند النقطة  $p$  بالعلاقة:

واحدة الطاقة  
الكامنة :  
جول ، آرغة

$$E_P = q \left( K \frac{Q}{r} \right) = qV \quad \leftarrow \quad K \frac{Q}{r}$$

# العلاقة بين المقادير الكهربائية

q الشحنة المولدة (المؤثرة)  
q' الشحنة المتأثرة

$$E_p = K \frac{qq'}{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

$$E_p = q' V$$

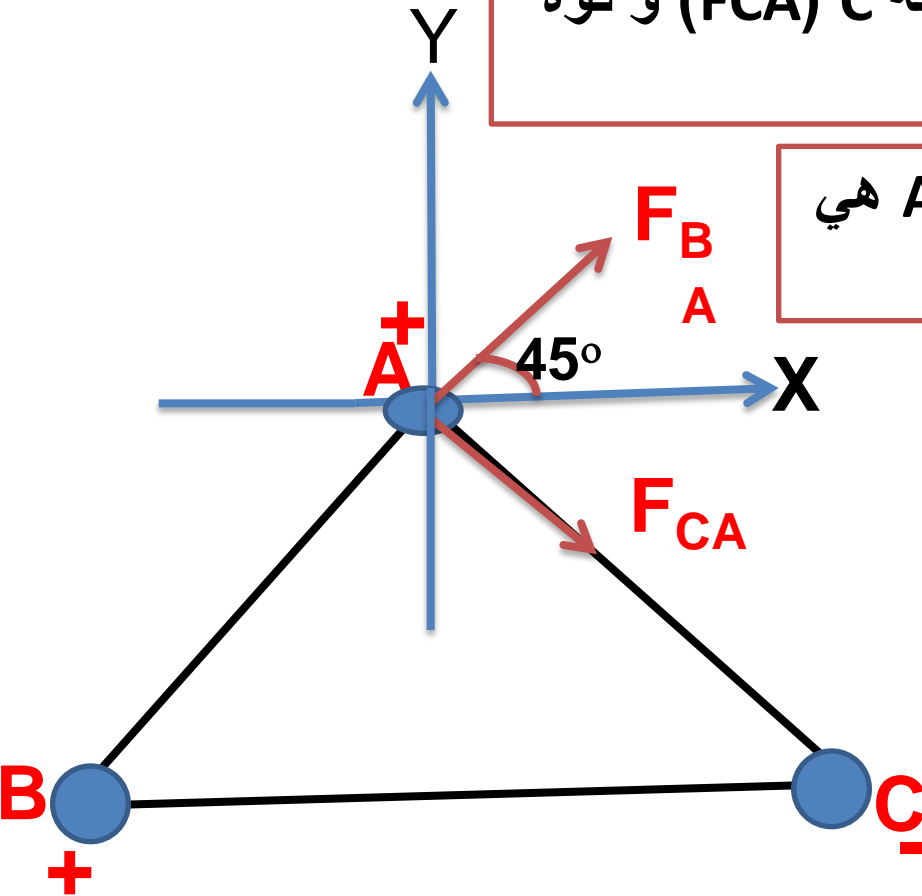
$$E = - \frac{dV}{dr}$$

$$F = q' E$$

مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين  $ABC$  :  $AB=AC=5\text{cm}$  وضعت في رؤوسه شحنات متساوية  $q_A=q_B=+1\times 10^{-7}\text{ coul}$  و  $q_C=-1\times 10^{-7}\text{ coul}$  و المطلوب : أوجد شدة القوى المؤثرة في الرأس  $A$  ؟

تخضع الشحنة  $A$  لقوتين : قوة تجاذب مع الشحنة  $C$  ( $F_{CA}$ ) و قوة تنافر مع الشحنة  $B$  ( $F_{BA}$ )

محصلة القوى المؤثرة على الشحنة في الرأس  $A$  هي القوة  $F$  وتحسب من العلاقة:  $|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$



$$F_x = F_{BA} \cos 45 + F_{CA} \cos 45$$

$$F_y = F_{BA} \sin 45 - F_{CA} \sin 45$$

$$F_y = 0 \quad F_{BA} = F_{CA}$$

$$F = F_x = 2F_{BA} \cos 45 = 2F_{BA} \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \times 0.036 \times (\frac{\sqrt{2}}{2}) = 5.04 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_{BA} = F_{CA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_B q_A}{BA^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_C q_A}{CA^2} = 9 \times 10^9 \frac{(10^{-7})^2}{(5 \times 10^{-2})^2} = 0.036 \text{ N}$$

## مسألة في حساب الحقل و الكمون

توضع ثلاث شحنات موجبة متساوية  
 في رؤوس مثلث متساوي  
 الأضلاع ABC (طول ضلعه 5m) ، أوجد شدة  
 الحقل و الكمون الكهربائي في رأس المثلث B  
 الناتج عن الشحنتين في القاعدة

الحقل الكهربائي في الرأس B  
 $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_C$  و تحسب شدتها من العلاقة

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

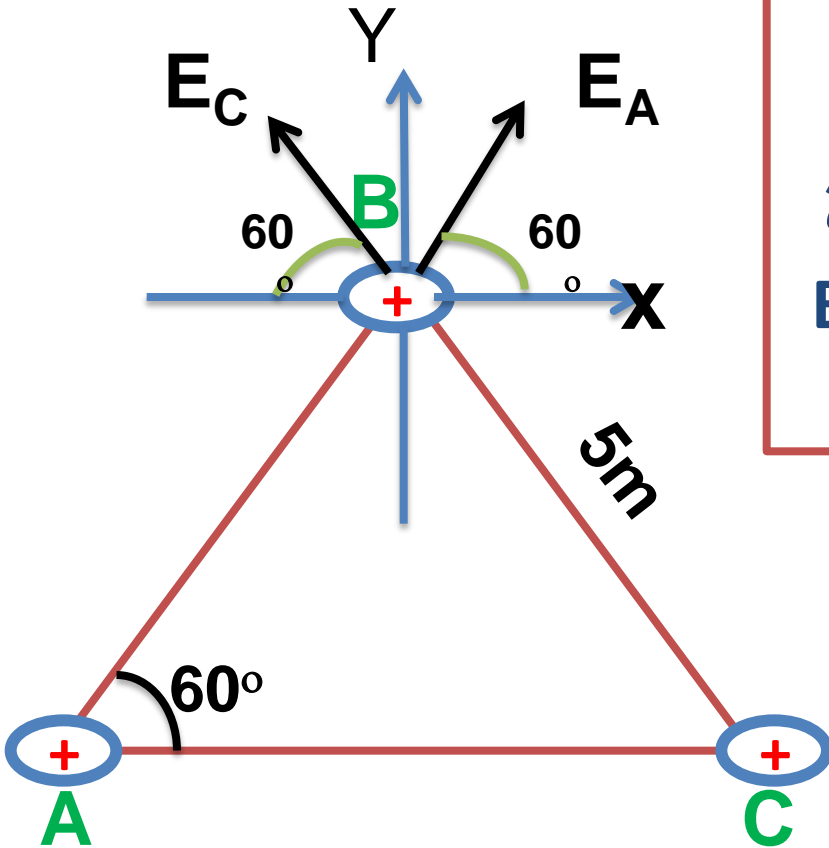
$$E_x = E_A \cos 60 - E_C \cos 60 = 0$$

$$E_y = E_A \sin 60 + E_C \sin 60 =$$

$$E = E_y = 2E_A \sin 60 = 2E_A \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow E_A = E_C$$

$$E_A = E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A}{BA^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_C}{BC^2} = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 10^{-6}}{(5)^2} = 360 \text{ N/C}$$

$$E = 2 \times 360 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 622.8 \text{ N/Coul}$$



## مسألة في حساب الحقل و الكمون

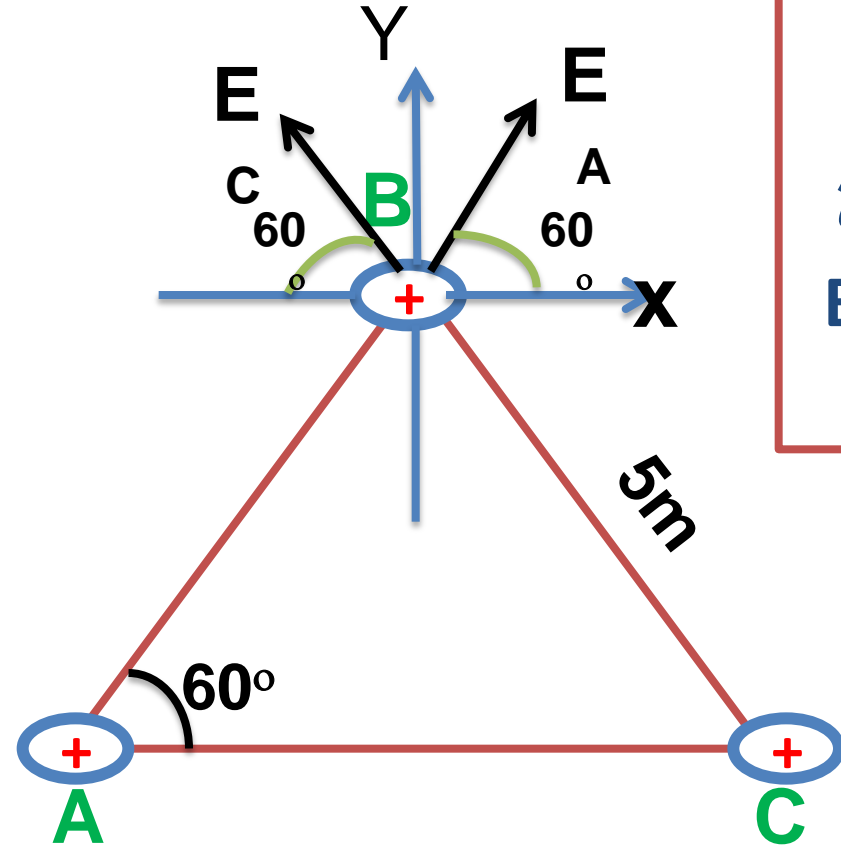
توضع ثلاث شحنات موجبة متساوية  
( $q=+1\mu\text{C}$ ) في رؤوس مثلث متساوي  
الأضلاع ABC (طول ضلعه 5m) ، أوجد شدة  
الحقل و الكمون الكهربائي في رأس المثلث B  
الناتج عن الشحنتين في القاعدة

الكمون الكهربائي في الرأس B  
 $V=V_A+V_C$  و تحسب شدتها من  
العلاقة

$$V_A = V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A}{BA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_C}{BC}$$

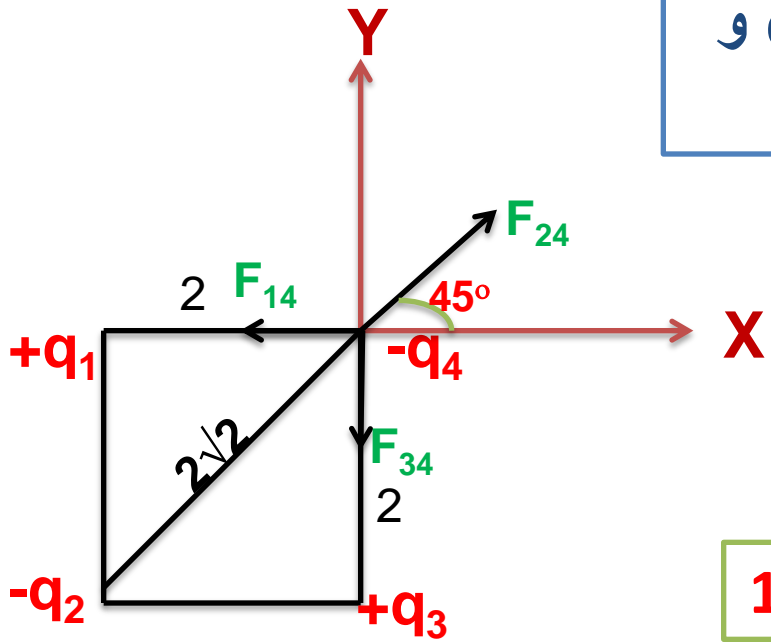
$$= 9 \times 10^9 \frac{1 \times 10^{-6}}{(5)} = 1800\text{V} = 1.8\text{kV}$$

$$V=1.8+1.8=3.6\text{kV}$$





أوجد محصلة القوى المؤثرة في الرأس الرابع حيث طول ضلع المربع 2m و قيمة الشحنة  $q=10\mu\text{C}$  و الإشارات وفق الشكل المبين.



تخضع الشحنة  $q_4$  لثلاث قوى : قوتا تجاذب مع الشحنتين  $q_1$  و  $q_3$  :  $F_{14}$  و  $F_{34}$  و قوة تنافر مع الشحنة  $q_2$  :  $F_{24}$   
 $\vec{F} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$

محصلة القوى على المحور X :

$$F_x = F_{24} \cos 45 - F_{14}$$

محصلة القوى على المحور Y :

$$F_y = F_{24} \sin 45 - F_{34}$$

$$F_{14} = F_{34} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_4}{(2)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3 q_4}{(2)^2} = 9 \times 10^9 \frac{(10 \times 10^{-6})^2}{4} = 0.225 \text{ N}$$

نعوض في 1 و 2

$$F_{24} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_4}{(2\sqrt{2})^2} = 9 \times 10^9 \frac{(10 \times 10^{-6})^2}{8} = 0.1125 \text{ N}$$

$$F = 0.218 \text{ N}$$

$$F_y = -0.14625 \text{ N}$$

$$F_x = -0.14625 \text{ N}$$